

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE – FILIALA SĂLAJ

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Faza locală – 11 februarie 2012

Clasa a X-a

1). Pentru ce valori ale lui a , ecuația: $a^x = |x+2| - |2x+8|$ admite o singură soluție?

2). Fie $n \in \mathbb{N}^*$, $a, b \in \mathbb{R}^*$. Arătați că toate rădăcinile ecuației $(z + a + ib)^n + (z - a + ib)^n = 0$ sunt pur imaginare.

3). Rezolvați ecuația $4^x - x \cdot 2^{x+1} - 5 \cdot 2^x = 3x^2 - 19x + 6$

4). Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + \frac{1}{2}x$

a) Să se arate că funcția f este bijectivă

b) Dacă g este inversa funcției f să se determine mulțimea $A = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) = g(x)\}$

NOTĂ:

Toate problemele sunt obligatorii.

Fiecare problemă este notată cu maxim 7 puncte.

Timp de lucru: 3 ore